Tarea guía 1

Fundamentos para el Análisis Cuantitativo

1.- Entrega cuatro de los siguientes ejercicios. Realiza las operaciones y escribe el resultado en la forma $a + ib$.

3. $(5 - 9i) + (2 - 4i)$

4. $3(4 - i) - 3(5 + 2i)$

5. $i(5 + 7i)$

6. $i(4 - i) + 4i(1 + 2i)$

7. $(2 - 3i)(4 + i)$

8. $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}i\right)\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{3}i\right)$

9. $3i + \dfrac{1}{2 - i}$

10. $\dfrac{i}{1 + i}$

11. $\dfrac{2 - 4i}{3 + 5i}$

12. $\dfrac{10 - 5i}{6 + 2i}$

13. $\dfrac{(3 - i)(2 + 3i)}{1 + i}$

14. $\dfrac{(1 + i)(1 - 2i)}{(2 + i)(4 - 3i)}$

15. $\dfrac{(5 - 4i) - (3 + 7i)}{(4 + 2i) + (2 - 3i)}$

16. $\dfrac{(4 + 5i) + 2i^3}{(2 + i)^2}$

17. $i(1 - i)(2 - i)(2 + 6i)$

18. $(1 + i)^2(1 - i)^3$

19. $(3 + 6i) + (4 - i)(3 + 5i) + \dfrac{1}{2 - i}$

20. $(2 + 3i)\left(\dfrac{2 - i}{1 + 2i}\right)^2$

2.- Entrega dos de las siguientes ecuaciones. Resuelve las ecuaciones, determinando cuánto vale z.

37. $2z = i(2 + 9i)$

38. $z - 2\bar{z} + 7 - 6i = 0$

39. $z^2 = i$

40. $\bar{z}^2 = 4z$

41. $z + 2\bar{z} = \dfrac{2 - i}{1 + 3i}$

42. $\dfrac{z}{1 + \bar{z}} = 3 + 4i$

3.- Entrega un ejercicio. Determina el módulo de los siguientes números complejos.

9. $(1 - i)^2$

10. $i(2 - i) - 4\left(1 + \frac{1}{4}i\right)$

11. $\dfrac{2i}{3 - 4i}$

12. $\dfrac{1 - 2i}{1 + i} + \dfrac{2 - i}{1 - i}$

4.- Entrega 3 ejercicios. Determina la forma polar de los siguientes números complejos:

1. 2

2. -10

3. $-3i$

4. $6i$

5. $1+i$

6. $5-5i$

7. $-\sqrt{3}+i$

8. $-2-2\sqrt{3}i$

9. $\dfrac{3}{-1+i}$

10. $\dfrac{12}{\sqrt{3}+i}$

4.- Entrega 2 ejercicios. Transforma los siguientes números complejos en forma polar a forma algebraica, es decir, a la forma $a+ib$.

15. $z=5\left(\cos\dfrac{7\pi}{6}+i\sin\dfrac{7\pi}{6}\right)$

16. $z=8\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{11\pi}{4}+i\sin\dfrac{11\pi}{4}\right)$

17. $z=6\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$

18. $z=10\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$

5.- Entrega 1 ejercicio. Determina $\frac{z_1}{z_2}$ y $z_1 \cdot z_2$.

19. $z_1=2\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ z_2=4\left(\cos\dfrac{3\pi}{8}+i\sin\dfrac{3\pi}{8}\right)$

20. $z_1=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ z_2=\sqrt{3}\left(\cos\dfrac{\pi}{12}+i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$

6.- Entrega 2 ejercicios. Determina las siguientes potencias de números complejos.

25. $\left(1+\sqrt{3}i\right)^9$

26. $(2-2i)^5$

27. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)^{10}$

28. $(-\sqrt{2}+\sqrt{6}i)^4$

29. $\left[\left(\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{8}\right)\right]^{12}$

30. $\left[\sqrt{3}\left(\cos\dfrac{2\pi}{9}+i\sin\dfrac{2\pi}{9}\right)\right]^6$

7.- entrega 1 ejercicio. Determina todas las raíces de los siguientes números.

9. $(-1+\sqrt{3}i)^{1/2}$

10. $(-1-\sqrt{3}i)^{1/4}$

11. $(3+4i)^{1/2}$

12. $(5+12i)^{1/2}$

13. $\left(\dfrac{16i}{1+i}\right)^{1/8}$

14. $\left(\dfrac{1+i}{\sqrt{3}+i}\right)^{1/6}$

8.-

¿En cada uno de los ejercicios *a*) al *f*), responda las preguntas siguientes: ¿es $A \subseteq B$? ¿Es $B \subseteq A$? ¿Es ya sea A o B un subconjunto propio del otro?

a. $A = \{2, \{2\}, (\sqrt{2})^2\}, \ B = \{2, \{2\}, \{\{2\}\}\}$

c. $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}, \ B = \{1, 2, 3\}$

d. $A = \{a, b, c\}, \ B = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$

e. $A = \{\sqrt{16}, \{4\}\}, \ B = \{4\}$

9.-

Sea $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 6, 9\}$ y $C = \{2, 4, 6, 8\}$. Determine cada uno de los siguientes enunciados:

a. $A \cup B$ **b.** $A \cap B$ **c.** $A \cup C$ **d.** $A \cap C$

e. $A - B$ f. $B - A$ g. $B \cup C$ h. $B \cap C$

10.-

Sea el conjunto universo, el conjunto $\mathbf{R}$ de todos los números reales y sea $A = \{x \in \mathbf{R} \mid 0 < x \leq 2\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid 1 \leq x < 4\}$ y $C = \{x \in \mathbf{R} \mid 3 \leq x < 9\}$. Determine cada uno de los siguientes enunciados:

a. $A \cup B$ b. $A \cap B$ c. A^c d. $A \cup C$

e. $A \cap C$ f. B^c g. $A^c \cap B^c$

h. $A^c \cup B^c$ i. $(A \cap B)^c$ j. $(A \cup B)^c$

11.-

Indique cuáles de las siguientes relaciones son verdaderas y cuáles son falsas:

a. $\mathbf{Z}^+ \subseteq \mathbf{Q}$
b. $\mathbf{R}^- \subseteq \mathbf{Q}$
c. $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{Z}$
d. $\mathbf{Z}^- \cup \mathbf{Z}^+ = \mathbf{Z}$
e. $\mathbf{Z}^- \cap \mathbf{Z}^+ = \emptyset$
f. $\mathbf{Q} \cap \mathbf{R} = \mathbf{Q}$
g. $\mathbf{Q} \cup \mathbf{Z} = \mathbf{Q}$
h. $\mathbf{Z}^+ \cap \mathbf{R} = \mathbf{Z}^+$
i. $\mathbf{Z} \cup \mathbf{Q} = \mathbf{Z}$

12.-

Para cada uno de los siguientes enunciados, dibuje un diagrama de Venn para los conjuntos A, B y C que satisface las condiciones dadas:

a. $A \subseteq B$; $C \subseteq B$; $A \cap C = \emptyset$
b. $C \subseteq A$; $B \cap C = \emptyset$

13.-

Sea $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$ y $C = \{b, c, e\}$.

a. Determine $A \cup (B \cap C)$, $(A \cup B) \cap C$ y $(A \cup B) \cap (A \cup C)$. ¿Cuáles de estos conjuntos son iguales?
b. Determine $A \cap (B \cup C)$, $(A \cap B) \cup C$ y $(A \cap B) \cup (A \cap C)$. ¿Cuáles de estos conjuntos son iguales?
c. Determine $(A - B) - C$, $A - (B - C)$. ¿Cuáles de estos conjuntos son iguales?

14.-

a. ¿Está el número 0 en $\emptyset$? ¿Por qué?
b. ¿Es $\emptyset = \{\emptyset\}$? ¿Por qué?
c. ¿Es $\emptyset \in \{\emptyset\}$? ¿Por qué?
d. ¿Es $\emptyset \in \emptyset$? ¿Por qué?

15.-

Sea $A_i = \{i, i^2\}$ para todo entero $i = 1, 2, 3, 4$.

a. ¿$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 =$?
b. ¿$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 =$?
c. ¿Son A_1, A_2, A_3 y A_4 mutuamente disjuntos? Explique.

16.-

Sea $W_i = \{x \in \mathbf{R} | x > i\} = (i, \infty)$ para todo entero no negativo i.

a. $\bigcup_{i=0}^{4} W_i = ?$

b. $\bigcap_{i=0}^{4} W_i = ?$

c. ¿Son $W_0, W_1, W_2, \ldots$ mutuamente disjuntos? Explique.

d. $\bigcup_{i=0}^{n} W_i = ?$

e. $\bigcap_{i=0}^{n} W_i = ?$

f. $\bigcup_{i=0}^{\infty} W_i = ?$

g. $\bigcap_{i=0}^{\infty} W_i = ?$

17.-

Suponga que $A = \{1, 2\}$ y $B = \{2, 3\}$. Determine cada uno de los siguientes enunciados

a. $\mathscr{P}(A \cap B)$

b. $\mathscr{P}(A)$

c. $\mathscr{P}(A \cup B)$

d. $\mathscr{P}(A \times B)$