Guía de estudio: Conjuntos y números complejos

Contenido

1. Teoría de conjuntos
2. Números complejos: lo básico
3. Suma y resta
4. Multiplicación y potencias
5. División
6. Raíces
7. Ecuaciones
8. Ejercicios
9. Soluciones

---

1. Teoría de conjuntos

1.1 Ideas clave

- Un **conjunto** es una colección de elementos. Se escribe por extensión, , o por comprensión, .
- : pertenece a . : todo elemento de está en .
- es el conjunto vacío; es el universo.
- es la cardinalidad (cuántos elementos tiene). Si , entonces .

1.2 Operaciones

Operación	Notación	Se queda con…
Unión		lo que está en **o** en
Intersección		lo que está en **y** en
Diferencia		lo de que **no** está en
Complemento		lo de que no está en
Diferencia simétrica		lo que está en uno solo de los dos
Producto cartesiano		parejas con

1.3 Leyes más usadas

1.4 Intervalos

abierto (sin extremos), cerrado (con extremos), y semiabiertos. El infinito siempre va con paréntesis: .

1.5 Uniones e intersecciones indexadas

Método: escribe los primeros 3 o 4 conjuntos, observa si crecen o se encogen, y revisa los extremos.

Ejemplo de clase:

Los intervalos son abiertos, así que los enteros quedan fuera.

---

2. Números complejos: lo básico

2.1 Definiciones

Concepto	Fórmula	Ejemplo con
Conjugado	–	
Módulo	$\sqrt{}$	$\sqrt{}$
Propiedad clave	–	

Igualdad: dos complejos son iguales si y solo si coinciden su parte real **y** su parte imaginaria:

2.2 Potencias de (ciclo de 4)

2.3 Forma polar

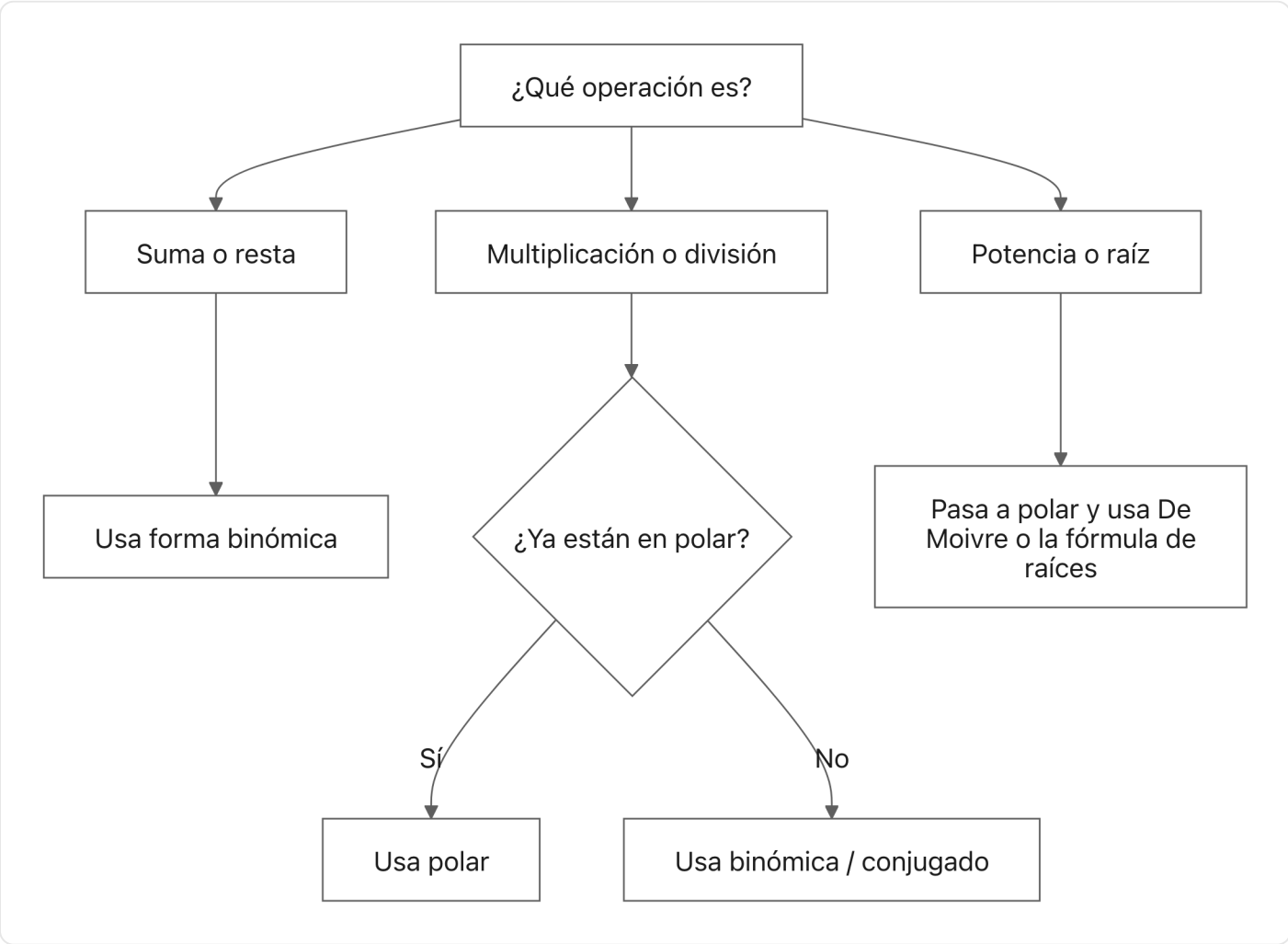
$\sqrt{}$ –

Cuadrante	(con)
I ( )	
II ( )	
III ( )	
IV ( )	

De regreso a binómica: .

2.4 ¿Qué forma conviene usar?

Operación	Forma recomendada	Por qué
Suma y resta	binómica	en polar no hay fórmula sencilla
Multiplicación de dos números	binómica o polar	ambas son rápidas
División	conjugado (binómica) o polar	polar es más corta si ya está en polar
Potencias grandes ( )	polar (De Moivre)	evita desarrollar binomios enormes
Raíces	polar	es la única forma práctica de obtener las



---

3. Suma y resta

Se suman (o restan) **parte real con parte real** e **imaginaria con imaginaria**:

Ejemplos:

Interpretación geométrica: sumar complejos es sumar vectores (regla del paralelogramo).

> **Cuidado:** al restar, el signo menos afecta a **ambas** partes del segundo número.

---

4. Multiplicación y potencias

4.1 En forma binómica

Se multiplica como polinomio y se usa :

Ejemplo:

4.2 Binomio de Newton (potencias pequeñas)

Coeficientes del triángulo de Pascal:

Ejemplo:

4.3 En forma polar

Se **multiplican los módulos** y se **suman los ángulos**.

Ejemplo:

4.4 Potencias: Teorema de De Moivre

Ejemplo: , con :

> **Cuidado:** . Por ejemplo , **no** .

5. División

5.1 En forma binómica: multiplicar por el conjugado

Se multiplica arriba y abajo por el **conjugado del denominador**, para que el denominador quede real:

Ejemplo:

Caso especial:

5.2 En forma polar

Se **dividen los módulos** y se **restan los ángulos**.

Ejemplo (de clase):

---

6. Raíces

6.1 Raíces en los reales vs. complejos

- : existen en los reales.
- (índice par de un negativo): **no** existen en los reales.
- En los complejos, todo tiene **exactamente raíces -ésimas**.

6.2 Fórmula

Si :

Pasos:

1. Pasa a polar: obtén y .
2. Calcula (el módulo de todas las raíces).

3. Sustituye en el ángulo.
4. Si se pide, pasa cada a binómica.

Geometría: las raíces forman un polígono regular de lados sobre un círculo de radio $\sqrt{\ }$; están separadas por —.

6.3 Ejemplos

Raíces cuadradas de ( ):

Raíces cúbicas de :

Raíces cuartas de :

6.4 Raíz cuadrada en forma binómica (método alternativo)

Para $\sqrt{\ }$, se busca con :

Ejemplo: $\sqrt{\ }$: . Las raíces son .

---

7. Ecuaciones

7.1 Ecuaciones lineales en

Se despeja como en los reales; al final suele quedar una división de complejos.

Ejemplo:

7.2 Ecuaciones con (igualando partes)

Útil cuando aparece $\bar{\ }$ o . Se sustituye y se igualan parte real e imaginaria.

Ejemplo: $\bar{\ }$

7.3 Ecuaciones cuadráticas

$$\sqrt{\qquad}$$

Si el discriminante , se usa $\sqrt{\quad}$ $\sqrt{\quad}$ y las soluciones son **complejas conjugadas**.

Ejemplo:

$$\sqrt{\qquad} \qquad$$

7.4 Ecuaciones de la forma

Las soluciones son exactamente las raíces -ésimas de (sección 6).

Ejemplo: , con – :

– $\sqrt{\quad}$ — $\sqrt{\quad}$ —

> **Tip:** comprueba siempre elevando una solución a la potencia original.

---

8. Ejercicios

Conjuntos

Sean , , , .

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7. De 40 estudiantes, 25 llevan Matemáticas, 18 Física y 10 ambas. ¿Cuántos llevan al menos una? ¿Cuántos ninguna?
8. –
9. – –

10.

Suma y resta

11.
12.
13.

Multiplicación y potencias

14.
15.
16. con binomio de Newton
17. con De Moivre
18. $\sqrt{}$ con De Moivre
19.

División

20. $\frac{}{}$
21. $\frac{}{}$
22. $\frac{}{}$

Raíces

23. Las 2 raíces cuadradas de
24. Las 4 raíces cuartas de
25. Las 3 raíces cúbicas de
26. $\sqrt{}$ por el método binómico

Ecuaciones

27.
28.
29.
30. , con
31.

9. Soluciones

#	Respuesta
1	
2	
3	
4	
5	(como y son disjuntos,)
6	
7	llevan al menos una; ninguna
8	(el nunca se alcanza)
9	(los extremos y están en todos)
10	(ningún número es mayor que todos los)
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	$\sqrt{}$ — —
18	— $\sqrt{}$ - $\sqrt{}$
19	
20	_____ _____ — —
21	

#	Respuesta
22	–
23	– — , o sea $\frac{\sqrt{\ }}{\ }$ $\frac{\sqrt{\ }}{\ }$
24	
25	$\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$
26	
27	
28	$\frac{\sqrt{\ }}{\ }$
29	
30	
31	– — : $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$